

Gravimeter

1. Einleitung

1.1. Variationen der Schwerebeschleunigung

Auf der Erdoberfläche ist die Erdbeschleunigung g keine konstante Größe, sie zeigt vielmehr globale, regionale und lokale Variationen, die jedoch im Höchstfall nur 0.5 % von g betragen. Weitaus am größten ist die globale Variation der Erdbeschleunigung aufgrund von Erdabplattung und breitenabhängiger Zentrifugalbeschleunigung: g steigt an von 9.78 m s^{-2} am Äquator auf 9.83 m s^{-2} am Pol mit dem bekannten Wert von 9.81 m s^{-2} für mittlere Breiten. Um zwei Größenordnungen kleiner sind regionale Variationen, die in Mitteleuropa mit dem Magdeburger Schwerehoch Höchstwerte von $5 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-2}$ annehmen. Nochmals um eine Größenordnung kleiner sind die Schwereanomalien von wirtschaftlich bedeutsamen Erz- oder Erdölvorkommen, die man in der Angewandten Geophysik gravimetrisch zu lokalisieren versucht. Um eine weitere Größenordnung kleiner ($\simeq 5 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$) ist schließlich die Schwerestörung, die in diesem Versuch vermessen werden soll: Auf einem Meßprofil entlang einer Brücke über den Mittellandkanal wird untersucht, wie sich das Massendefizit des ausgehobenen Erdbodens und seine teilweise Ersetzung durch Wasser im Schwerefeld bemerkbar macht.

In der Praxis von Bedeutung ist die starke *radiale* Abnahme der Schwerebeschleunigung von $3 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$ pro Meter, die von der Größenordnung des Nutzsignals sein kann und durch sorgfältiges Nivellement berücksichtigt werden muß.

Das Schwerefeld der Erde zeigt auch eine schwache *zeitliche* Änderung, die von den gezeitenerzeugenden Gravitationskräften von Sonne und Mond und den daraus resultierenden mit Massenverschiebungen verbundenen Deformationen der Erde (Erdzeiten) herrühren und in unseren Breiten eine Größenordnung von $\simeq 1 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$ besitzen. Diese zeitlichen Variationen sind sehr genau bekannt.

Literatur: [Kertz]

1.2. Prinzip des Gravimeters

Kleine Schwereänderungen werden mit dem Gravimeter gemessen. Dies Meßgerät erlaubt keine Abolutmessungen. Die meisten Gravimeter sind Abwandlungen des folgenden einfachen Prinzips: Am Ende eines ungefähr horizontalen einarmigen Hebels erzeugt eine Masse ein Drehmoment, das durch eine oberhalb des Hebels angebrachte elastische Feder kompensiert wird. Bei Vergrößerung von g wird der Hebel nach unten ausgelenkt und die Feder verlängert sich. Von dieser Längenänderung wird auf die Änderung der Schwerkraft geschlossen. Zur Erzielung möglichst großer Empfindlichkeit (d. h. großer Änderung der

Federlänge bei gegebener Schwereänderung) benutzen moderne Gravimeter (wie das LaCoste-Romberg-Gravimeter dieses Versuchs) eine besondere Federkonstruktion und Aufhängung, die zu einem nahezu indifferenten Gleichgewicht (Astasierung) führt. Dies wird in Kapitel 2.3 näher ausgeführt.

1.3. Ziele des Versuchs

Anhand eines Schwereprofils über den Mittellandkanal soll der Versuch vertraut machen mit der Messung und Interpretation der kleinen Schwerestörung, die durch eine sehr übersichtliche, in zwei Dimensionen variable Massenverteilung erzeugt wird. Durch Modellierung der Schwerestörung und Vergleich mit den Daten soll die Dichte des Umgebungsgesteins bestimmt werden.

Die Kleinheit des Nutzsignals verlangt zur Korrektur der Änderung der Schwerebeschleunigung mit der Höhe eine sehr sorgfältige Höhenbestimmung der Meßpunkte.

1.4. Notwendige Vorkenntnisse in Stichworten

Astasierung # Gravimeter # Poissongleichung # Gezeitenkorrektur # Freiluftkorrektur # Gesteinsplattenkorrektur # Breitenkorrektur # Topographiekorrektur

2. Grundlagen

2.1. Grundgleichungen

Die Schwerebeschleunigung $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ läßt sich als konservatives Feld aus einem Potential ableiten,

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\nabla V(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Ist $\varrho(\mathbf{r})$ die Massendichte und $\gamma = (6.6720 \pm 0.0041) \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ die Gravitationskonstante, so erfüllt $V(\mathbf{r})$ die Poissongleichung

$$\nabla^2 V(\mathbf{r}) = 4\pi\gamma\varrho(\mathbf{r}) \quad (2)$$

mit der Lösung

$$V(\mathbf{r}_0) = -\gamma \int \frac{\varrho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}. \quad (3)$$

Wir interessieren uns im folgenden nur für Variationen $\delta V(\mathbf{r}_0)$, die von lokalen Dichteveränderungen $\delta\varrho(\mathbf{r})$ erzeugt werden. Anstelle von (3) gilt dann

$$\delta V(\mathbf{r}_0) = -\gamma \int \frac{\delta\varrho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}. \quad (4)$$

Unter Zugrundelegung eines kartesischen Koordinatensystems (x, y, z) mit z positiv nach unten mißt das Gravimeter die Schwerestörung

$$\delta g(\mathbf{r}_0) := \hat{\mathbf{z}} \cdot \delta \mathbf{g}(\mathbf{r}_0) = -\frac{\partial \delta V(\mathbf{r}_0)}{\partial z_0} = \gamma \int \frac{(z - z_0) \delta\varrho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3}. \quad (5)$$

Im folgenden betrachten wir den Spezialfall einer zweidimensionalen Dichtestörung $\delta\varrho = \delta\varrho(x, z)$, die sich also in der Streichrichtung y nicht ändern möge. Dann folgt aus (5) nach Integration über y

$$\boxed{\delta g(x_0, z_0) = 2\gamma \int \frac{(z - z_0) \delta\varrho(x, z) dx dz}{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2}} \quad (6)$$

Die Integration erstreckt sich über alle Bereiche der (x, z) -Ebene mit $\delta\rho(x, z) \neq 0$. Ist z. B.

$$\delta\rho(x, z) = \begin{cases} \delta\rho_0, & 0 \leq \zeta \leq z \leq \zeta + D, \quad -\infty < x < +\infty \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

so folgt aus (6) für $z \leq \zeta$ als Schwereanziehung einer homogenen Platte der Dicke D

$$\delta g = 2\pi\gamma\delta\rho_0 D. \quad (7)$$

Die wichtige Gleichung (6) liegt allen Auswertungen dieses Versuchs zugrunde, Anmerkungen zu ihrer numerischen Behandlung folgen im nächsten Abschnitt.

Die SI-Einheit für die Schwerestörung, 1 m s^{-2} , ist für die Anwendungen zu groß (s. Kapitel 1). Eine zweckmäßige Einheit ist dagegen die SI-Untereinheit $1 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-2} =: 1 \text{ g.u.}$ ('gravity unit'). Vor Einführung des SI-Systems hat man Schwerestörungen in $1 \text{ Gal} := 1 \cdot 10^{-2} \text{ m s}^{-2}$ bzw. in den Untereinheiten $1 \text{ mGal} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$ und $1 \mu\text{Gal} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m s}^{-2}$ gemessen. Tatsächlich werden diese Einheiten auch heute noch sehr gern verwendet, die SI-Untereinheit 1 g.u. hat sich noch nicht voll durchsetzen können. Es gelten also folgende Umrechnungsformeln:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mGal} &= 1 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-2} = 10 \text{ g.u.} \\ 1 \text{ g.u.} &= 1 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-2} = 0.1 \text{ mGal} \end{aligned}$$

Für die Beurteilung von Schwerestörungen von Bedeutung sind die folgenden Größen:

- Die Schwerestörung einer Platte mit der Mächtigkeit $D = 1 \text{ m}$ und der Dichtestörung $\delta\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3} = 1 \text{ g cm}^{-3}$ beträgt nach (7)

$$\delta g = 4.2 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-2} = 0.42 \text{ g.u.} = 42 \mu\text{Gal}.$$

- Der Radialgradient der globalen Schwere $g(r) = g_0(a/r)^2$ mit $g_0 = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ und $a = 6.371 \cdot 10^6 \text{ km}$ als Erdradius beträgt an der Erdoberfläche $\partial g/\partial r = -2g_0/a = -3.08 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-2}/\text{m} = -3.08 \text{ g.u./m} = -0.308 \text{ mGal/m} = -308 \mu\text{Gal/m}$.

Messungen von Schwerestörungen erlauben keine eindeutigen Schlüsse auf die zugrunde liegende Massenverteilung. Dies sei an einem ganz einfachen Beispiel erläutert: Ein (in y -Richtung unendlich langer) Zylinder vom Radius a , der homogenen Dichtestörung $\delta\rho_0$ und dem Mittelpunkt bei $x = 0$, $z = H \geq a$ erzeugt an der Erdoberfläche die Schwerestörung

$$\delta g(x, 0) = \frac{2\gamma\delta\rho_0 H \pi a^2}{x^2 + H^2}.$$

Diese Schwerestörung erlaubt eine mehrfache Interpretation:

- Da nur die Störmasse/Längeneinheit in y -Richtung, $\delta\mu := \delta\rho_0 \pi a^2$, eingeht, kann δg auch durch andere Zylinder mit gleichem $\delta\mu$ und gleichem Mittelpunkt interpretiert werden. Insbesondere kann die Massenverteilung auf die Massenlinie bei $x = 0$, $z = H$ zusammenschrumpfen,

$$\delta\rho(x, z) = \pi a^2 \delta\rho_0 \delta(x) \delta(z - H).$$

- Die Schwerestörung δg kann aber auch durch kontinuierliche Massenbelegungen $\sigma(x, \zeta)$ im Niveau $z = \zeta \leq H$ interpretiert werden,

$$\delta\rho(x, z) = \delta(z - \zeta) \delta\sigma(x, \zeta), \quad \delta\sigma(x, \zeta) = \frac{\delta\rho_0 a^2 (H - \zeta)}{x^2 + (H - \zeta)^2}, \quad 0 \leq \zeta \leq H.$$

Im Fall $\zeta \rightarrow H$ ergibt sich wieder die Massenlinie.

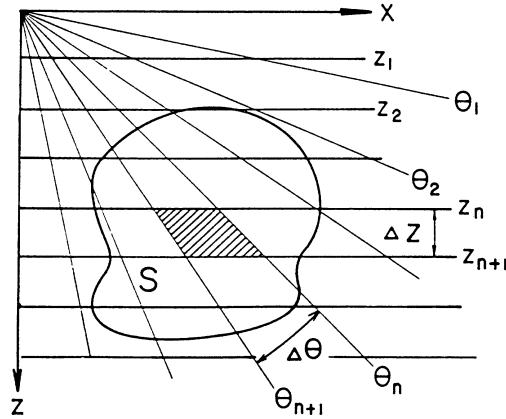


Abbildung 1: Zerlegung des Halbraumes $z \geq 0$ in Flächenelemente mit gleicher Schwerestörung im Ursprung

Trotz der Vielfalt der Modelle lassen sich einige integrale Parameter der Massenverteilung aus den Daten $\delta g(x, 0)$ eindeutig bestimmen. Dies gilt insbesondere für die Störmasse pro Längeneinheit, $\delta\mu$, und die Horizontalkomponente x_s des Schwerpunktes der Massenverteilung. Diese Größen sind allgemein definiert durch

$$\delta\mu := \int_{\mathcal{S}} \delta\rho(x, z) dx dz, \quad x_s := \frac{1}{\delta\mu} \int_{\mathcal{S}} x \delta\rho(x, z) dx dz.$$

Mit (6) folgt

$$\delta\mu = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta g(x, 0) dx, \quad x_s = \frac{1}{2\pi\gamma\delta\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} x \delta g(x, 0) dx. \quad (8)$$

Literatur: [Jung], [Telford]

2.2. Berechnung der Schwerestörung von zweidimensionalen Strukturen

Die Integralbeziehung (6) besitzt für Körper homogener Dichtestörung $\delta\rho(x, z) = \delta\rho_0$ eine einfache geometrische Bedeutung. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit liege dazu im folgenden der Aufpunkt (x_0, z_0) im Ursprung, d. h. $x_0 = z_0 = 0$. Führt man anstelle von x den Polarwinkel θ ein,

$$\tan \theta = \frac{z}{x}, \quad d\theta = -\frac{z dx}{x^2 + z^2},$$

so lautet (6)

$$g(0, 0) = 2\gamma\delta\rho_0 \int_{\mathcal{S}} dz d\theta. \quad (9)$$

Dies veranschaulicht Abb. 1 für einen homogenen Körper mit dem Querschnitt \mathcal{S} . Im Falle polygonaler Querschnitte \mathcal{S} wird die Integration sehr einfach (s.u.).

Zerlegt man den Halbraum $z \geq 0$ in horizontale Streifen konstanter Mächtigkeit Δz und den Winkelraum $0 \leq \theta \leq \pi$ in Sektoren mit gleichem Öffnungswinkel $\Delta\theta$, so wird der Halbraum $z \geq 0$ in drei- und viereckige Flächenelemente zerlegt, von denen jedes einzelne im Ursprung die gleiche Schwerestörung

$$\Delta g = 2\gamma\delta\rho_0\Delta z\Delta\theta \quad (10)$$

erzeugt. Erwartungsgemäß sind die Elemente in der Nähe des Aufpunktes klein und wachsen wegen der geometrischen Abschwächung der Schwerewirkung mit der Tiefe. Sie wachsen aber auch im oberflächennahen Bereich, weil Dichtestörungen in dieser Lage vor allem eine *horizontale* Schwerestörung verursachen.

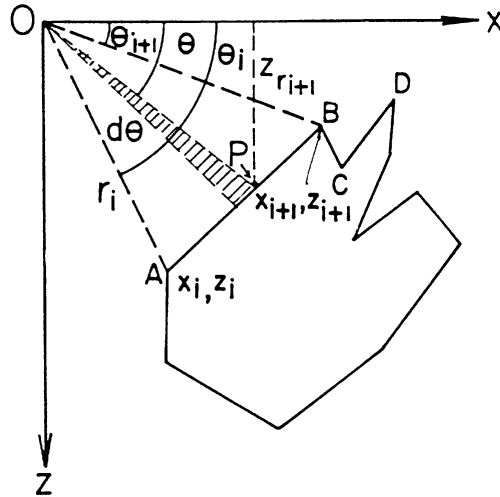


Abbildung 2: Zur Berechnung der Schwerestörung eines homogenen Polygons

Für einen Störkörper vorgegebenen Querschnitts \mathcal{S} läßt sich durch Auszählen der Flächenelemente die Schwerewirkung abschätzen. Wie kann diese sehr anschauliche Methode effektiv für variable Aufpunkte durchgeführt werden? Aus (10) folgt durch Summation über θ zwanglos (7).

Wir betrachten nun den polygonalen Querschnitt von Abb. 2. Die N Eckpunkte (x_i, z_i) , $i = 1, \dots, N$, seien im Uhrzeigersinn numeriert, und es gelte $x_{N+1} := x_1$, $z_{N+1} := z_1$. Berechnet wird zunächst die Schwerewirkung des Dreiecks OAB : In dem gestreiften Winkелеlement von Abb. 2 ist $\theta = \text{const}$. Aus Gl. (9) folgt deshalb

$$\delta g(0, 0) = 2\gamma\delta\varrho_0 \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} d\theta \int_0^{z(\theta)} dz = 2\gamma\delta\varrho_0 \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} z(\theta) d\theta. \quad (11)$$

Die Funktion $z(\theta)$ ergibt sich aus der Zweipunkteform der Geraden \overline{AB} ,

$$\frac{z - z_i}{x - x_i} = \frac{z_{i+1} - z_i}{x_{i+1} - x_i}$$

nach Elimination von x mit Hilfe von $x = z \cot \theta$. Für einen Aufpunkt oberhalb der Massenverteilung, wie in Abb. 2, und $\delta\varrho_0 > 0$ ist $\delta g > 0$ für $\theta_{i+1} > \theta_i$, d. h. wenn der Rand von Dreieck OAB im Uhrzeigersinn durchlaufen wird. (In Abb. 2 liefert OAB also einen negativen Beitrag.) Wenn man entsprechende Integrale über alle Seiten des Polygons bildet und die Beiträge (unter Beachtung ihres Vorzeichens) addiert, ergibt sich als Summe gerade der positive Beitrag des Polygons. (Bitte geometrisch nachprüfen für den Fall, daß das Polygon ein Dreieck ist! Verallgemeinerung?) Die Integration von (11) über θ und nachfolgende Summation über alle Polygonseiten liefert damit

$$\begin{aligned} \delta g &= 2\gamma\delta\varrho_0 \sum_{i=1}^N \frac{x_i z_{i+1} - z_i x_{i+1}}{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} \\ &\quad \times \left\{ (x_{i+1} - x_i)(\theta_i - \theta_{i+1}) + (z_{i+1} - z_i) \log \frac{r_{i+1}}{r_i} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

mit $r_i^2 = x_i^2 + z_i^2$, $\tan \theta_i = z_i/x_i$, $0 \leq \theta_i \leq \pi$.

Literatur: [Talwani], [Jung]

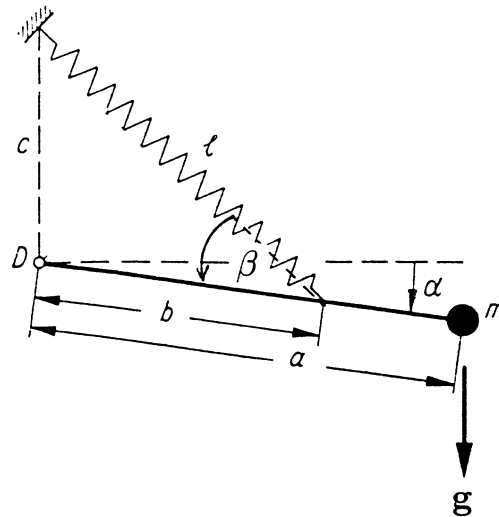


Abbildung 3: Vereinfachtes Prinzip des LaCoste-Romberg-Gravimeters

2.3. Das LaCoste-Romberg-Gravimeter

Das LaCoste-Romberg-Gravimeter arbeitet in einer stabilen Lage nahe eines indifferenten Gleichgewichts und besitzt so eine besonders große Empfindlichkeit. Ein stark vereinfachtes Schema zeigt Abb. 3.

Die Besonderheit dieses Gravimeters ist die rüctreibende Feder, die in einem vorgegebenen Bereich in guter Näherung wie eine Feder der Länge 'Null' arbeitet, d. h. das Kraftgesetz $f = kl$ erfüllt. Dabei ist l die tatsächliche Länge der Feder und k die Federkonstante. Das Kraftgesetz wird durch eine Vorspannung f_{vor} der Feder realisiert. Ist l_{anf} die Länge der ungespannten Feder, so gilt $l = l_{anf}$ für $f \leq f_{vor}$ und $l = l_{anf} + (f - f_{vor})/k$ für $f \geq f_{vor}$. Realisiert man die Feder so, daß $f_{vor} = kl_{anf}$, so zeigt die Feder für $f \geq f_{vor}$ das geforderte Kraftgesetz.

An dem Balken greifen das Drehmoment der Schwerkraft und das rüctreibende Drehmoment der Feder an. Der Vektor des Drehmoments zeigt in das Blatt. Diese Komponente hat die Größe

$$D(\alpha) = mga \cos \alpha - b \cdot (kl \sin \beta). \quad (13)$$

Dabei hängen l und β noch von α ab. Der Sinussatz der Ebenen Trigonometrie liefert

$$\frac{l}{c} = \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\sin \beta} = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}$$

so daß

$$D(\alpha) = (mga - k \cdot bc) \cos \alpha. \quad (14)$$

Der Balken nimmt bei $\alpha = \bar{\alpha}$ ein Gleichgewicht an, wenn $D(\bar{\alpha}) = 0$. Dies Gleichgewicht ist stabil, wenn $D'(\bar{\alpha}) < 0$, weil dann eine kleine Auslenkung $\delta\alpha$ ein rüctreibendes Drehmoment erzeugt. Entsprechend ist das Gleichgewicht für $D'(\bar{\alpha}) = 0$ indifferent und für $D'(\bar{\alpha}) > 0$ instabil. Wählt man $mga = kbc$, so ist für $|\bar{\alpha}| < 90^\circ$ sowohl $D(\bar{\alpha}) = 0$ als auch $D'(\bar{\alpha}) = 0$, d.h der Balken ist bei jeder Auslenkung in einem indifferenten Gleichgewicht. In diesem Zustand, der als Astasie bezeichnet wird, ist das Gravimeter nicht arbeitsfähig, weil eine kleine Änderung von g nicht zu einem neuen Gleichgewicht führen kann.

Deshalb wird jetzt eine kleine Abweichung vom obigen Kraftgesetz der Null-Längen-Feder zugelassen: $f = k \cdot (\ell - \lambda)$, $\lambda > 0$. Die kleine Größe λ kann so interpretiert werden, als ob die Feder im ungespannten

Zustand eine kleine Anfangslänge (wesentlich kleiner als die wahre Anfangslänge) besitzt. Anstelle von (14) erhalten wir als Momentengleichung

$$D(\alpha) = \{mga - kbc[1 - \lambda/\ell(\alpha)]\} \cos \alpha, \quad \ell^2(\alpha) = b^2 + c^2 + 2bc \sin \alpha. \quad (15)$$

Ist $\alpha = \bar{\alpha}$ eine Gleichgewichtslage, $D(\bar{\alpha}) = 0$, so zeigt

$$D'(\bar{\alpha}) = -\frac{\lambda kb^2 c^2 \cos^2 \bar{\alpha}}{\ell^3(\bar{\alpha})} < 0,$$

daß für $|\bar{\alpha}| < 90^\circ$ alle Gleichgewichtslagen stabil sind. Zur Verminderung der Längsneigungsempfindlichkeit wird das Gleichgewicht bei $\bar{\alpha} = 0$ gewählt, weil dann der Schwerpunkt des Balkens im Niveau des Aufhängepunktes liegt. Ändert sich die Schwere um δg , so spielt sich ein neues Gleichgewicht $\delta \bar{\alpha}$ ein. Es ergibt sich die Empfindlichkeit

$$\frac{\delta \bar{\alpha}}{\delta g} = -\frac{\partial D / \partial g}{\partial D / \partial \bar{\alpha}} = \frac{ma\ell_0^3}{\lambda kb^2 c^2}, \quad \ell_0^2 = b^2 + c^2,$$

die die hohe Sensitivität in der Nähe der Astasie erkennen läßt.

In der Praxis benutzt man das Gravimeter als *Nullinstrument* in der Gleichgewichtslage $\bar{\alpha} = 0$: Die durch eine kleine Schwereänderung δg bewirkte Auslenkung $\delta \bar{\alpha}$ wird kompensiert durch Änderung der Länge c um δc , d. h. Anheben oder Absenken des oberen Befestigungspunktes der Feder um δc . Dabei ändert sich die Federlänge um $\delta \ell_0 = (c/\ell_0)\delta c$. Für $\lambda \ll \ell_0$ ergibt (15) einfach

$$\frac{\delta g}{g} \simeq \frac{\delta c}{c}.$$

Für $\delta g = 1$ mGal ist $\delta c/c = 10^{-6}$. Mit $c \simeq 0.1$ m folgt daraus $\delta c \simeq 10^{-7}$ m.

Die technische Realisierung des Gravimeters ist wesentlich komplizierter als hier beschrieben. Die erforderliche Konstanz der Federeigenschaften verlangt die Installation in ein Gehäuse mit thermostatisch geregelter Temperatur. Diese Temperatur ist höher als die der Umgebung.

Das Gravimeter des Praktikumversuchs benutzt zur Einstellung des Gleichgewichts $\bar{\alpha} = 0$ einen automatischen elektronischen Abgleich. Dabei kann die an einem Digitalvoltmeter abgelesene Spannungsänderung δU direkt in die Schwereänderung δg umgerechnet werden. Die letzte Kalibrierung ergab

$$|\delta U / \delta g| = 1.008 \text{ V / mGal.}$$

Literatur: [Jung], [LCR], [Telford]

2.4. Korrekturen

Am Gravimeter abgelesene Schwereänderungen δg_{obs} sind vor ihrer Interpretation noch verschiedenen Korrekturen zu unterziehen. Diese werden im folgenden kurz aufgeführt – auch wenn einige für unseren Versuch bedeutungslos sind.

1. **Gezeitenkorrektur** δg_G : Schweremessungen enthalten auch die zeitabhängige, bekannte Gezeitenbeschleunigung, die in unseren Breiten als Maximum etwa $100 \mu\text{Gal}$ beträgt. Diese Beschleunigung

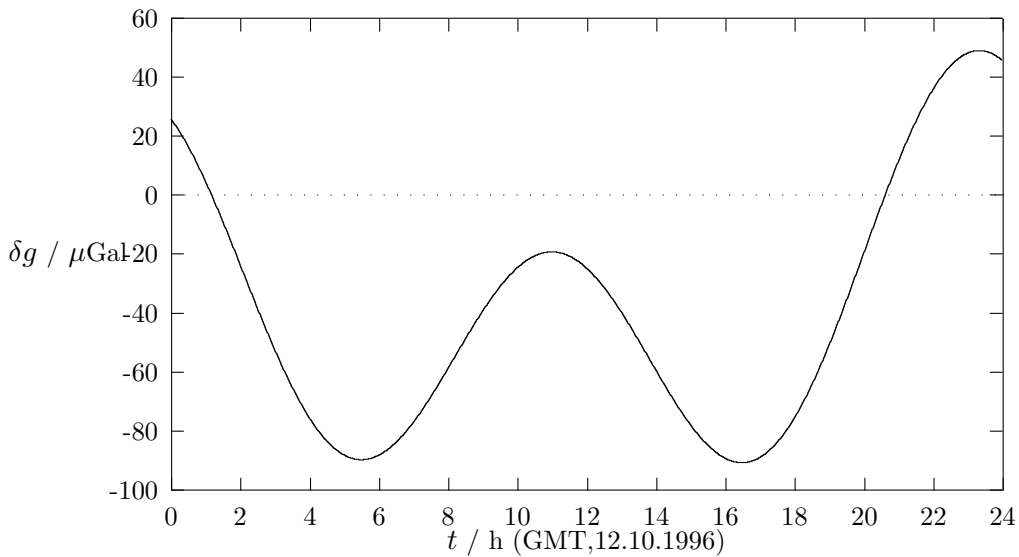


Abbildung 4: Beispiel für den übersichtlichen Verlauf von $\delta g_G(t)$ bei Neumond oder Vollmond für Völkenrode am 12. 10. 1996. Hier addieren sich die beiden Anteile von (16) gleichphasig zu einer Welle mit der Amplitude $\Gamma_m + \Gamma_s = 120 \mu\text{Gal}$. (Im vorliegenden Neumond-Fall lagen Sonne, Mond und Erde so gut auf einer Linie, daß um 14.30 h GMT eine partielle Sonnenfinsternis eintrat.) Versuchen Sie mit Hilfe von (16) die Rekonstruktion von Lage und Größe der Maxima und Minima. Gegeben sind die geographische Breite ($\varphi \simeq 52^\circ$) und die geographische Länge ($\lambda \simeq 10^\circ$ östl. Länge) des Beobachtungspunktes sowie die Deklination der Sonne ($\delta \simeq -7^\circ$).

ist zu berücksichtigen, wenn das Meßsignal in dieser Größenordnung liegt und die Meßdauer mehrere Stunden beträgt. Die von Mond (m) und Sonne (s) herrührende Störung der *Radial*komponente der Schwerebeschleunigung ist

$$\delta g_G = \Gamma_m [\cos(2\theta_m) + 1/3] + \Gamma_s [\cos(2\theta_s) + 1/3] \quad (16)$$

mit $\Gamma_m = 82 \mu\text{Gal}$, $\Gamma_s = 38 \mu\text{Gal}$ und θ_m und θ_s als Zenitdistanz von Mond und Sonne. Aufgrund der Deformation der Erde durch die Gezeitenkräfte erhöht sich δg_G noch um etwa 5 %. Zur Korrektur ist δg_G zu δg zu addieren. Der Verlauf von $\delta g_G(t)$ ist besonders durchsichtig für Neumond oder Vollmond. Abb. 4 gibt ein einfaches Beispiel. Weitere Beispiele (für die Gezeitenkorrektur an den Praktikumstagen) befinden sich im Anhang.

2. **Driftkorrektur** δg_D : Kriechvorgänge in der Feder verursachen ein langsames Driften des Galvanometers, das bei längeren Messungen durch Überwachung von δg an einem Referenzpunkt eliminiert werden kann.
3. **Breitenkorrektur** δg_L : Diese Korrektur berücksichtigt, daß sich die Schwerebeschleunigung wegen der Erdabplattung auf dem Weg vom Äquator zum Pol um 5200 mGal erhöht. Sie findet Anwendung bei Profilen in Nord-Süd-Richtung. Die Breitenvariation von g beträgt in hinreichender Näherung

$$g(\varphi) = 9.780 (1 + 0.00528 \cdot \sin^2 \varphi) \text{ m s}^{-2}.$$

Deshalb ist auf der nördlichen Hemisphäre die Schwerezunahme entlang einer Strecke δs in Richtung Norden zu korrigieren durch Addition von

$$\delta g_L = -0.81 \sin(2\varphi) \mu\text{Gal m}^{-1} \cdot \delta s.$$

4. **Freiluftkorrektur** δg_F : Dies ist die wichtigste aller Korrekturen. Sie berücksichtigt die Tatsache, daß die Radialkomponente der Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche einen Radialgradienten von $-2g/a \simeq -308 \mu\text{Gal m}^{-1}$ besitzt ($a =$ mittlerer Erdradius). Bezieht man alle Schweremessungen auf ein Referenzniveau, so wird eine Schweremessung am Beobachtungspunkt im Niveau δh über dem Referenzniveau durch Addition von

$$\delta g_F = 308 \mu\text{Gal m}^{-1} \cdot \delta h$$

auf das Referenzniveau reduziert.

5. **Bouguerkorrektur oder Gesteinsplattenkorrektur** δg_B : Die Freiluftkorrektur würde eine befriedigende Reduktion der Schwere auf das Referenzniveau darstellen, wenn der Raum zwischen den beiden Niveaus materiefrei wäre. Ist der Raum aber mit Materie der Dichte ρ_B ausgefüllt, so muß bei Reduktion auf das Referenzniveau auch die Schwerewirkung dieser Materie vom Meßwert abgezogen werden. Dazu wird die einfache Plattenanziehung (7) verwendet,

$$\delta g_B = -2\pi\gamma\rho_B \cdot \delta h = -42 \frac{\rho_B}{1000 \text{ kg m}^{-3}} \cdot \mu\text{Gal m}^{-1} \cdot \delta h.$$

Ein gern gewählter Wert für die Reduktionsdichte ρ_B ist die mittlere Dichte von Krustengestein, $\rho_B = 2670 \text{ kg m}^{-3}$. Eine erfolgreiche Wahl von ρ_B zeichnet sich dadurch aus, daß zwischen dem reduzierten Schwereprofil und der Topographie δh keine erkennbare Korrelation besteht.

6. **Topographiekorrektur** δg_T : Diese Korrektur berücksichtigt die Schwerewirkung aller sichtbaren Massenüberschüsse oder Massendefizite, die nichts mit der zu untersuchenden Struktur zu tun haben. Überraschenderweise ist δg_T nie negativ.

Ist δg_{obs} der beobachtete Schwerewert, so ergibt sich nach Anbringung aller Korrekturen der reduzierte Wert

$$\delta g = \delta g_{obs} + \delta g_D + \delta g_L + \delta g_F + \delta g_B + \delta g_T.$$

Literatur: [Kertz], [Melchior], [Militzer], [Telford]

3. Durchführung und Auswertung des Versuchs

3.1. Versuchsdurchführung

Es soll ein Schwereprofil über den Mittellandkanal bei Völkenrode (s. Abb. 5) ausgemessen und interpretiert werden.

Zur Versuchsdurchführung sind die folgenden Schritte erforderlich:

1. **Geodätische Vermessung:** Legen Sie ein 150 bis 200 m langes Profil fest, das etwa symmetrisch zur Kanalmitte verläuft. Messen Sie mit dem Bussolentheodoliten Meßpunkte im Abstand von etwa 10 m ein. (An den Kanalflanken ist jeweils ein Zwischenpunkt wünschenswert.) Bei Bestimmung der Höhen ist auf größtmögliche Präzision zu achten. Welche Genauigkeit sollte angestrebt werden?
2. **Gravimetrische Vermessung:** Nach Einweisung in die (recht einfache) Handhabung des Gravimeters durch den Betreuer des Versuchs werden die relativen Schwerewerte an den zuvor eingemessenen Punkten bestimmt. Auf Stabilisierung des Meßwertes warten, auch Uhrzeit notieren. Zur Bestimmung der Drift des Gravimeters mindestens am Ende des Versuchs nochmals den ersten Punkt vermessen

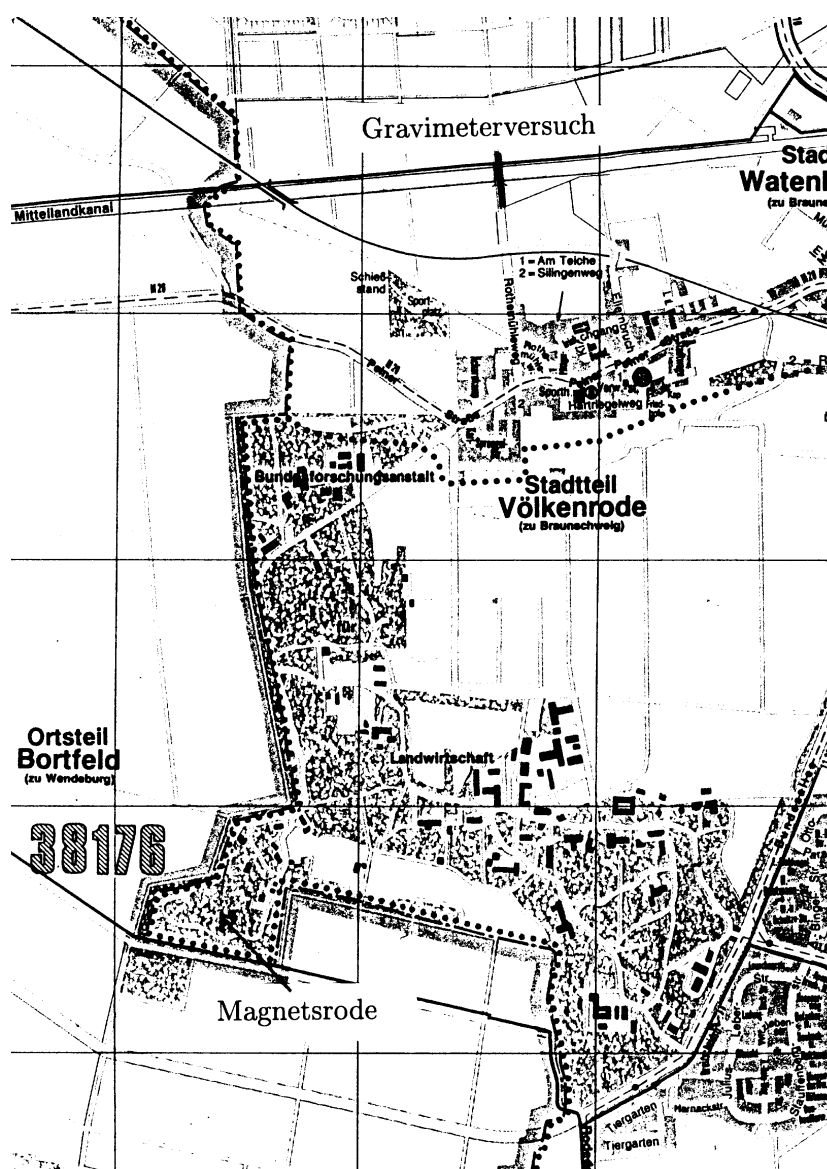


Abbildung 5: Lage des Meßprofils über den Mittellandkanal entlang dem Rothemühleweg in Völkenrode. Markiert ist auch die Außenstelle des Instituts für Geophysik und Meteorologie ('Magnetsrode') auf dem Gelände der FAL.

3. **Geometrisches Modell des Kanalquerschnitts:** Im Gegensatz zur Anwendung der Gravimetrie in der Angewandten Geophysik liegt hier die Geometrie des 'Störkörpers' (in idealer Zweidimensionalität) offen vor Ihnen, so daß Sie ein geometrisches Modell entwerfen können. Messen Sie die geometrisch relevanten Längen aus und bestimmen Sie auch die Wassertiefe (äußerste Vorsicht bei herannahenden Schiffen!). Überlegen Sie schon jetzt, ob und wie die Gesteinsplattenkorrektur und die topographische Korrektur (Stahloberbau der Brücke) anzuwenden sind.

Literatur: [LCR]

3.2. Auswertung und Fehlerbetrachtung

Bei der Auswertung der Daten sollten die folgenden Punkte behandelt werden:

1. **Korrekturen:** Versuchen Sie, die in Kapitel 2.4 beschriebenen Korrekturen an Ihren Meßdaten anzubringen. Welche Korrekturen sind wesentlich? Tragen Sie die Topographie und – nach jeder wesentlichen Korrektur – die Meßdaten auf. Wie lassen sich Brückenoberbau (Stahl) und Brückenunterbau (Stahl oder Beton) näherungsweise berücksichtigen? Wie groß sind die Meßfehler im Nivellement, welche Mindestfehler erwarten Sie deshalb in δg ?
2. **Gesamtmassendefizit:** Bestimmen Sie aus den korrigierten Daten mit Hilfe von (8) das Gesamt-massendefizit. (Wenn δg am Anfang und Ende des Profils nicht in dasselbe ungestörte Niveau einmündet, sind die Daten zunächst linear auszugleichen.) Vergleichen Sie diesen Wert mit dem Wert, der sich aus der Kenntnis des geometrischen Querschnitts ergibt. Benutzen Sie zunächst die ‘klassische’ Reduktionsdichte $\rho_B = 2670 \text{ kg m}^{-3}$, bestimmen Sie dann aber die Dichte so, daß die Massendefizite genau übereinstimmen.
3. **Modellrechnung:** Schreiben Sie nach Kapitel 2.2 ein Programm zur Berechnung der Schwerestörung eines homogenen Polygons und berechnen Sie damit die Schwerestörung des Kanals [mit der Reduktionsdichte nach b)]. Vergleichen Sie diese Modellergebnisse mit Ihren Messungen. Berechnen Sie zum Vergleich für einzelne Punkte die Schwerestörung nach dem graphischen Verfahren von Abb. 1.

Literatur

- [Jung] Jung, K.
Schwerkraftverfahren in der Angewandten Geophysik,
Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig 1961.
GP 40 J3
- [Kertz] Kertz, W.
Einführung in die Geophysik 1,
B.I.-Hochschultaschenbuch Band 275
Bibliographisches Institut, Mannheim 1969, 1992
GP 01 K1/1
- [LCR] LaCoste & Romberg Gravity Meters, Inc.
Instruction Manual, Model G and D Gravity Meters,
Austin, Texas
- [Melchior] Melchior, P.
Harmonic analysis of earth tides,
in: *Methods in Computational Physics*, Band 13, p. 271-341,
Academic Press, New York 1973.
MQ 20 B5
- [Militzer] Militzer, H. & Weber, F.
Angewandte Geophysik, Band 1: Gravimetrie und Magnetik,
Akademie-Verlag, Berlin 1984.
GP 40 M3/1

- [Talwani] Talwani, M.
Computer usage in the Computation of gravity anomalies,
in: *Methods in Computational Physics*, Band 13, p. 343-389,
Academic Press, New York 1973.
MQ 20 B5
- [Telford] Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E.
Applied Geophysics,
2. Auflage, Cambridge University Press, Cambridge 1990.
GP 40 T1a

A. Gezeiten für die beiden Versuchstage

